

# Internationales Studienkolleg Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2015/2016

Abschlussprüfung: Mathe WB2

Datum: 02.12.2015

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

## Aufgabe 1

Wir haben die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^3 + x$   $D_f = \mathbb{R}$ .

- Bestimmen Sie alle Nullstellen (3 Punkte).
- Bestimmen Sie alle Hochpunkte und Tiefpunkte. Geben Sie auch an, ob lokale oder globale Maxima bzw. Minima vorliegen (4 Punkte).
- Bestimmen Sie alle Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex oder streng konkav verläuft (3 Punkte).
- Zeichnen Sie die Funktion im Intervall  $-2 \leq x \leq 2$  (2 Punkte).

## Aufgabe 2

Untersuchen Sie die Funktion  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 6 \cdot y + 9$   $D_f = \mathbb{R}^2$  unter der Nebenbedingung  $2 \cdot x + y = -3$  auf Minima und Maxima (12 Punkte).

## Aufgabe 3

- Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$x - 7 \cdot y - z = -12$$

$$x + 2 \cdot y + 5 \cdot z = 9 \quad (8 \text{ Punkte})$$

$$x + y + z = 0$$

Abschlussprüfung: Mathe WB2, Wintersemester 2015/2016, 02.12.2015

b) Wir haben die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} h & i & j \\ k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}$  ( $\det B = 0$ ). Kreuzen Sie

an, welche Operationen möglich sind.

$A+B$	$A^T \cdot B$	$A \cdot B$	$B \cdot B^{-1}$	$B \cdot A$	$B - A$	$B \cdot B$	$B + B$

(4 Punkte)

- + 0,5 Punkte für jede richtige Antwort,
- 0,5 Punkte für jede falsche Antwort,
- Minimum für Teilaufgabe b): 0 Punkte.

## Aufgabe 4

a) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^x - 4 \cdot x$   $D_f = \mathbb{R}$ .

- Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren die Nullstelle  $x_2$ , wenn  $x_0 = 2$  der Startwert ist. Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau (4 Punkte).

- Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle  $x_0 = 1$  (3 Punkte).

b) Bestimmen Sie die zweite Ableitung von  $f(x) = \sqrt{\ln(x^2)}$   $D_f = ]-\infty; -1] \cup [1; \infty[$  (5 Punkte).

**Aufgabe 5**

- a) Die Tabelle zeigt die erzielten Tore des FC Bayern München an den ersten 13 Spieltagen der Bundesligasaison 2015/2016<sup>1</sup>.

Spieltag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Tore	5	2	3	2	3	5	3	5	1	4	0	4	3

a1) Bestimmen Sie den Median der Tore (2 Punkte).

a2) Zeichnen Sie die Dichtefunktion der Tore (2 Punkte).

- b) Der Korruptionswahrnehmungsindex (KWI) gibt an, wie stark die Bürger eines Landes Korruption empfinden. Je geringer der Wert des KWI ist, desto stärker empfinden die Bürger ihre Regierung und Verwaltung als korrupt. Die folgende Tabelle zeigt für fünf Länder den KWI und das BIP pro Kopf im Jahr 2013.

Land	KWI 2013 <sup>2</sup>	BIP pro Kopf 2013 <sup>3</sup>
Bahamas	71	23.489 US-\$
China	40	6.747 US-\$
Dänemark	91	59.191 US-\$
Deutschland	78	44.999 US-\$
Sudan	11	2.040 US-\$

Zeigen Sie die Art der Korrelation zwischen dem KWI und dem BIP pro Kopf im Jahr 2013.

Hinweise:

- Durchschnittlicher KWI: 58,2
- Standardabweichung des BIP pro Kopf: 21.933,1137

Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.

Interpretieren Sie Ihr Ergebnis (8 Punkte).

<sup>1</sup> Quelle: <http://www.bundesliga.de> (24.11.2015)

<sup>2</sup> Quelle: <http://www.transparency.org/cpi2013/results/> (24.11.2015)

<sup>3</sup> Quelle: <http://www.imf.org> (24.11.2015)